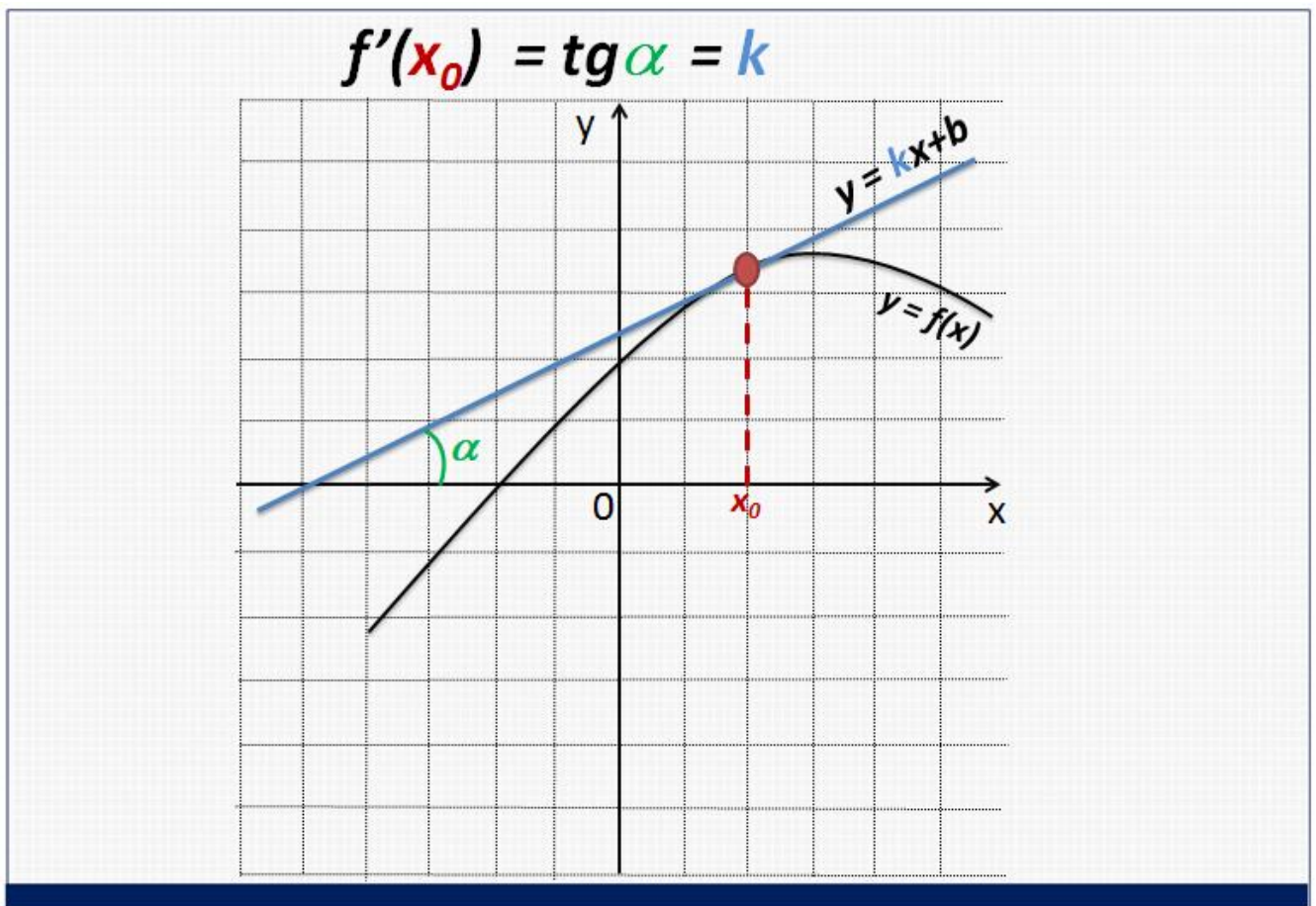
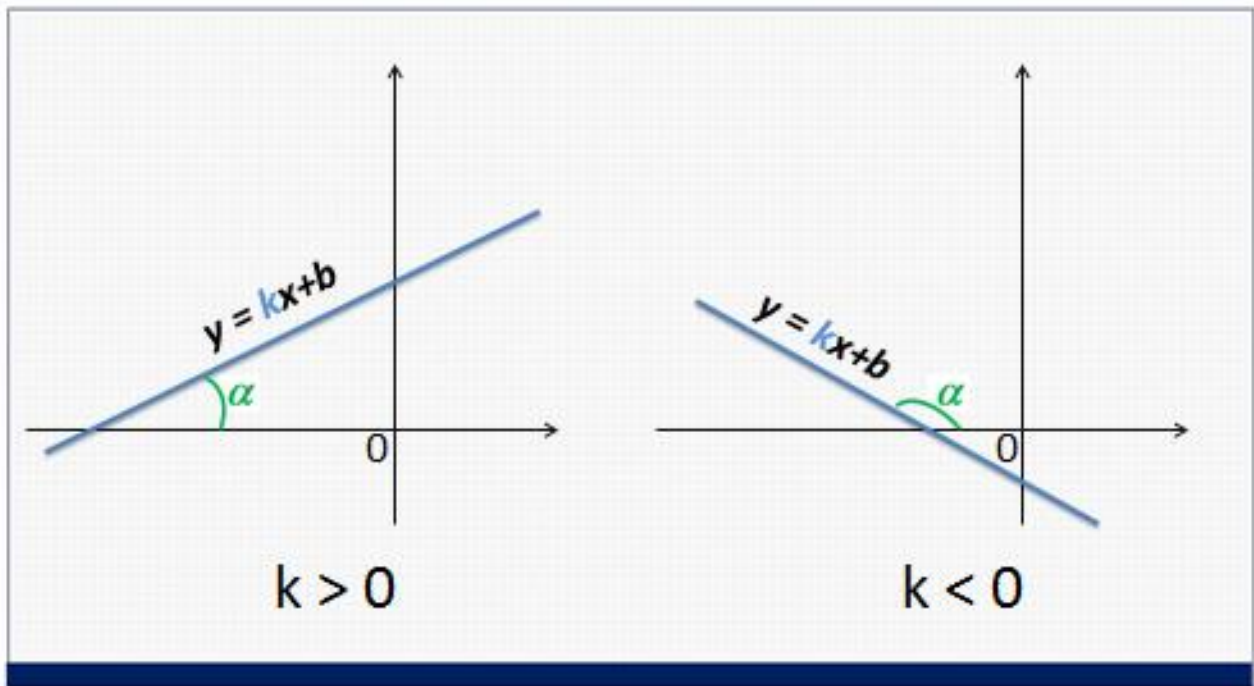


Геометрический смысл производной

Геометрический смысл производной заключается в следующем: если к графику функции $y = f(x)$ в некоторой точке x_0 проведена касательная, непараллельная оси y , то значение производной в точке касания есть тангенс угла α , образованного этой касательной с положительным направлением оси абсцисс или угловой коэффициент касательной.

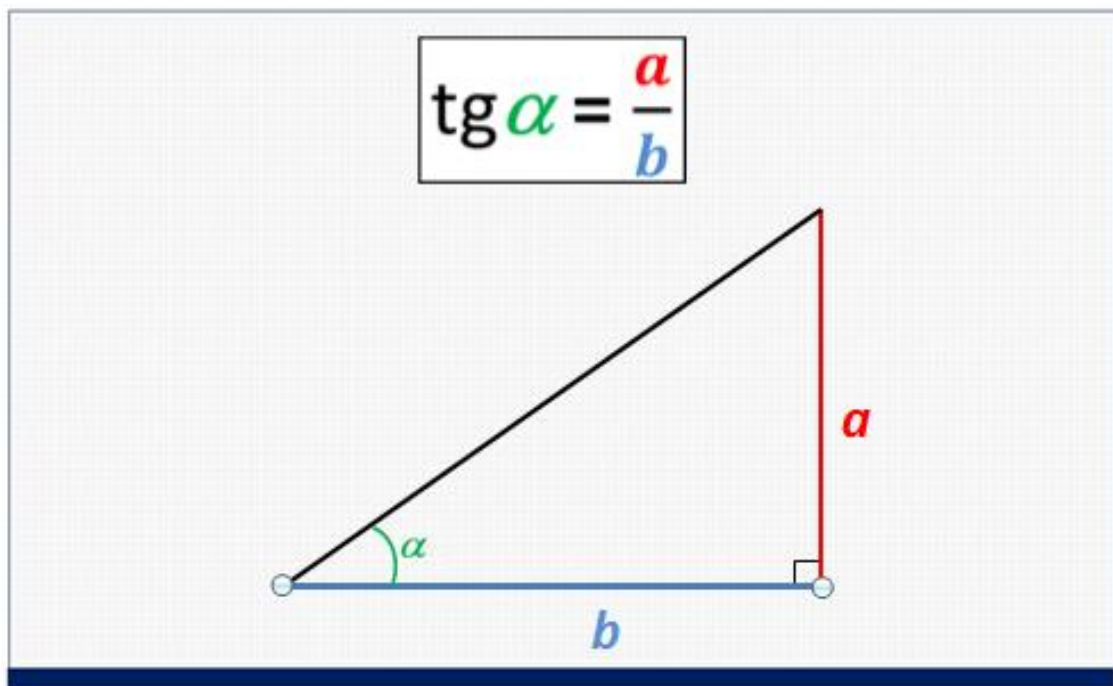


Если угол наклона касательной с положительным направлением оси x – острый, прямая направлена вверх, то угловой коэффициент касательной – число положительное. Значит и тангенс данного угла положительный. Если угол наклона касательной с положительным направлением оси x – тупой, прямая направлена вниз, то угловой коэффициент касательной – число отрицательное. Значит и тангенс данного угла отрицательный.



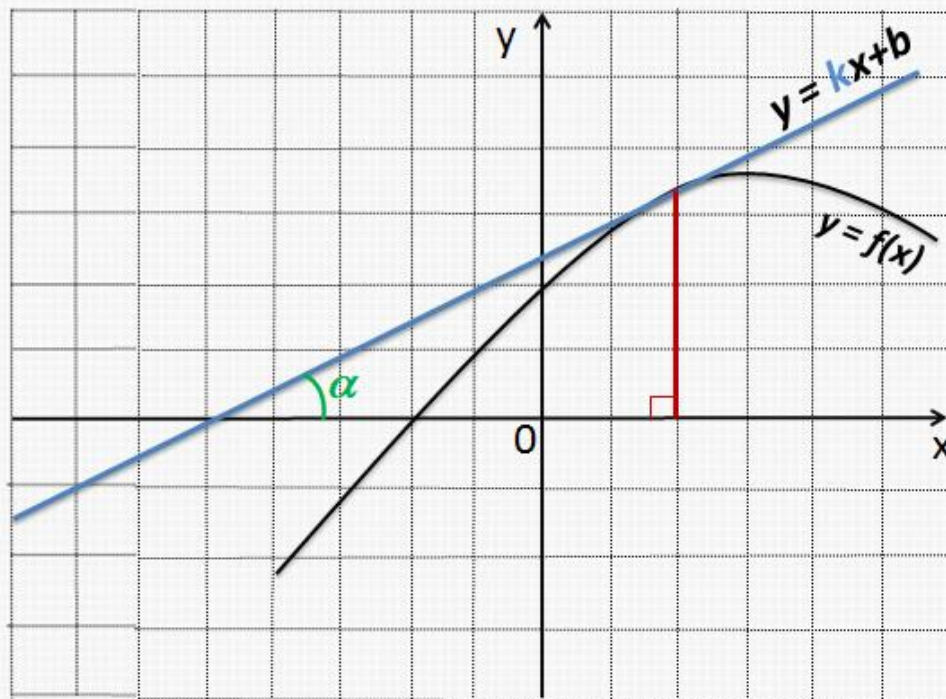
Таким образом, чтобы найти значение производной в заданной точке нужно вычислить тангенс угла α .

Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету.



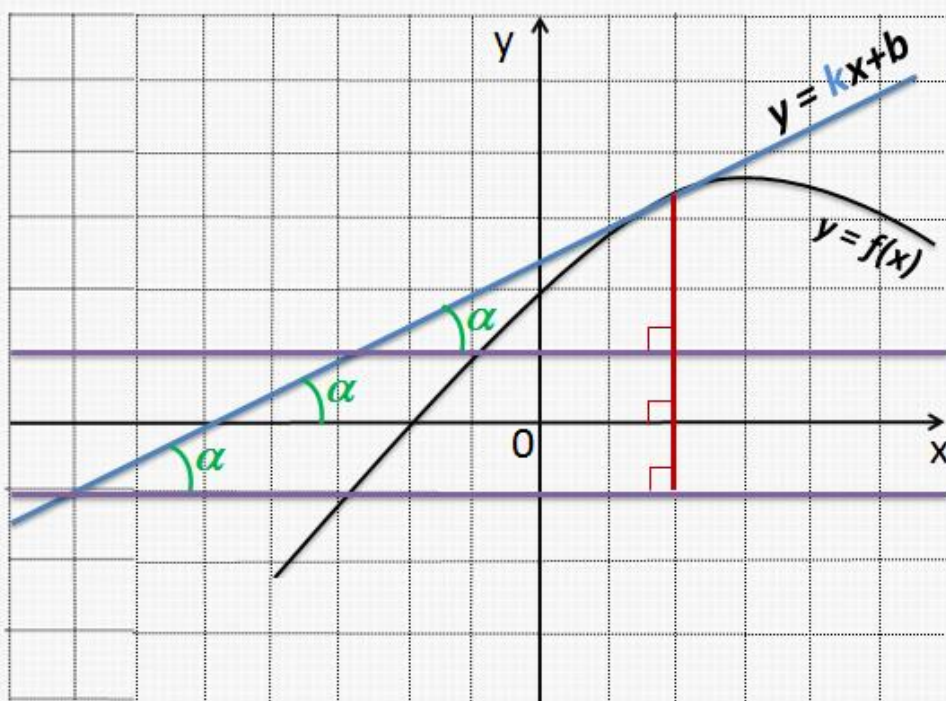
Поэтому надо рассмотреть такой прямоугольный треугольник, в котором есть данный угол и вычислить соответствующее отношение.

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$



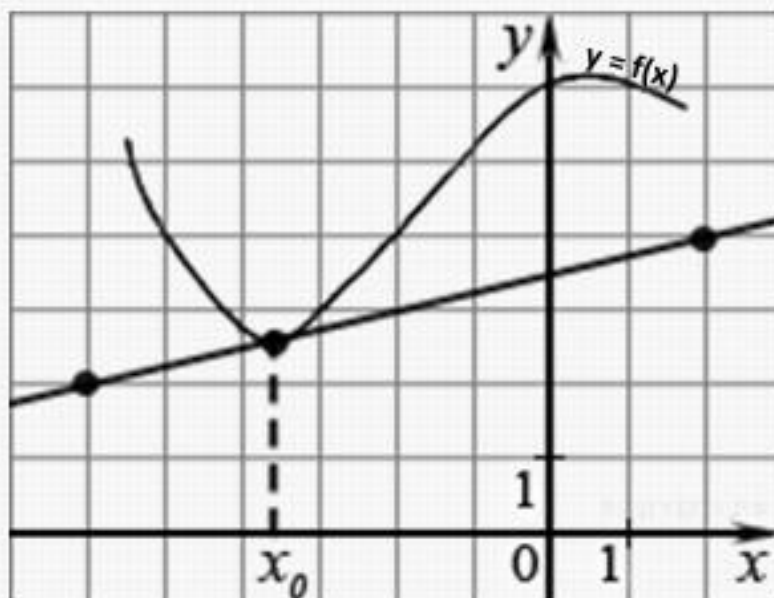
Данный треугольник выбирается не единственным образом. Если провести прямые, параллельные оси x , то касательная будет образовывать с ними равные углы, так как это соответственные углы при параллельных прямых.

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

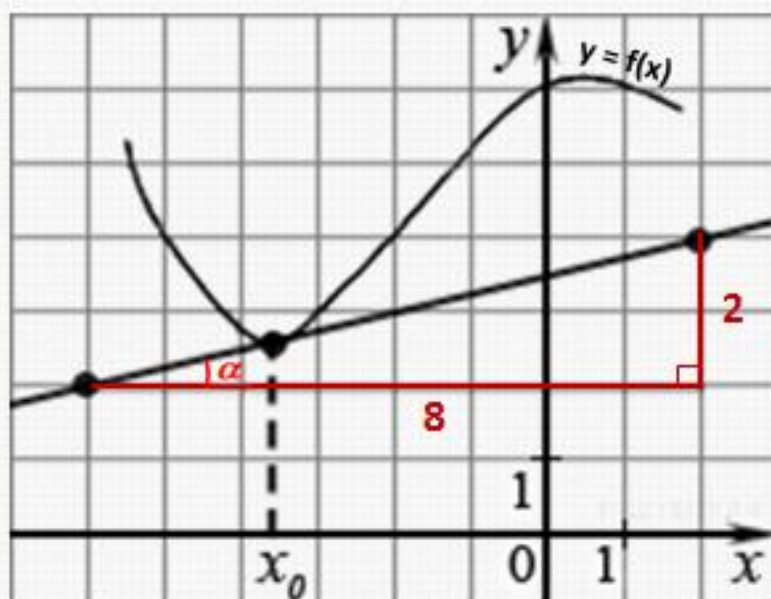


Задание 1

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Решение



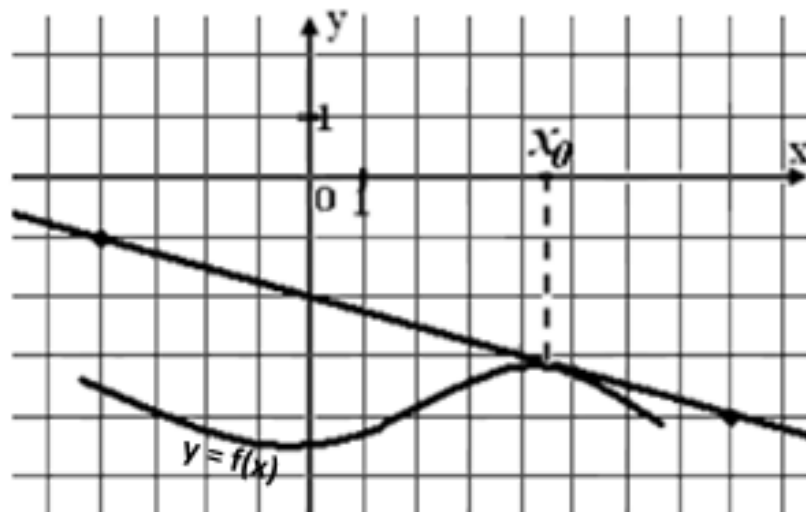
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,25$$

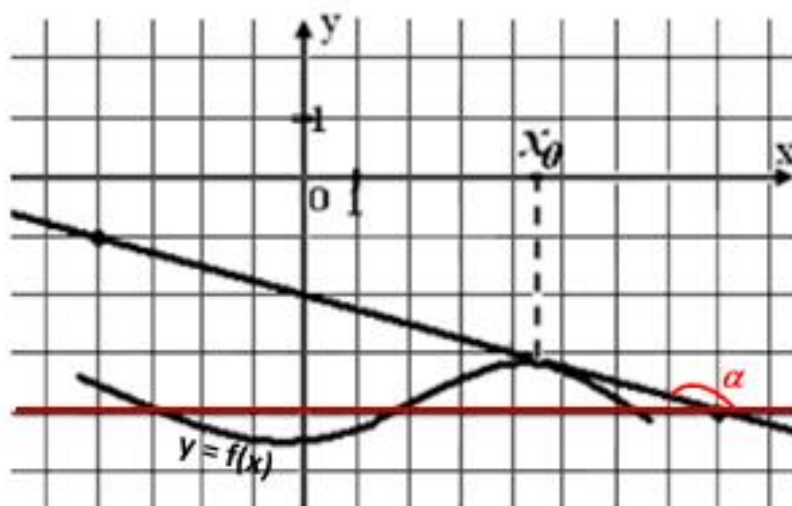
Ответ: 0,25

Задание 2

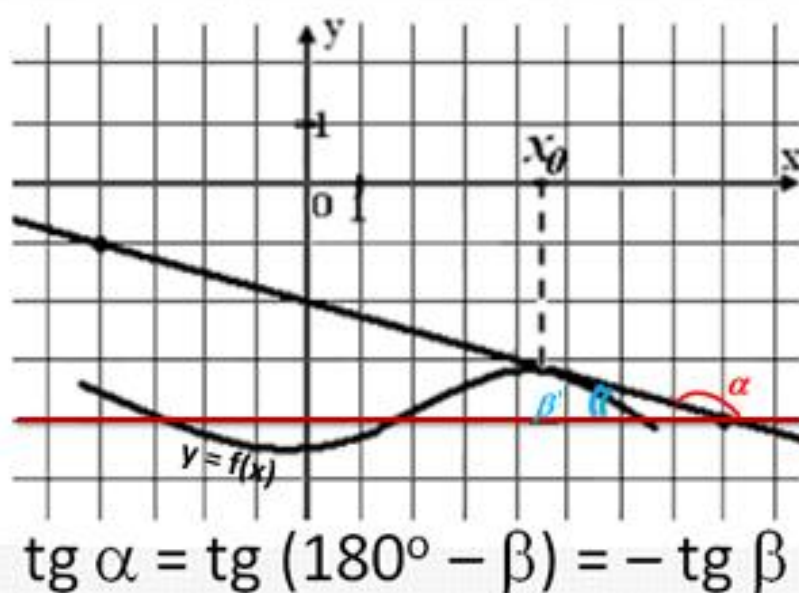
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



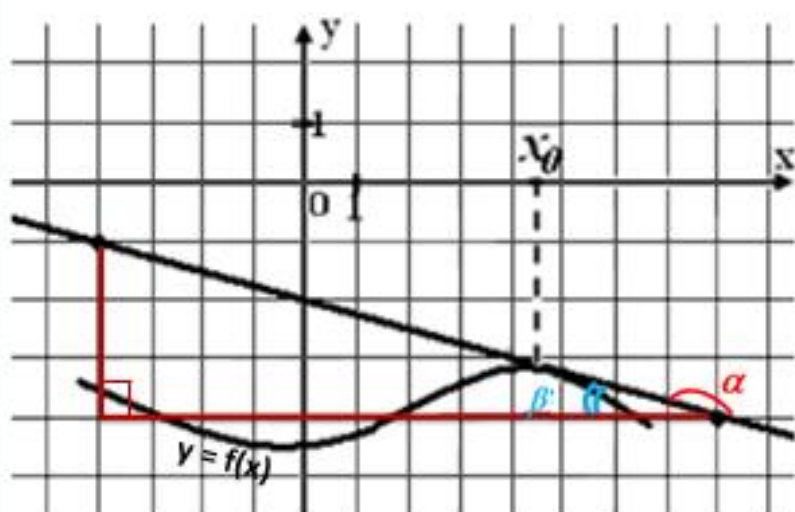
Решение



Решение



Решение



$$tg \beta = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$tg \beta = 0,25$$

$$tg \alpha = -0,25$$

Ответ: $-0,25$

Задание 3

Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

$$f'(x_0) = k$$

$$k = 7, \text{ значит } f'(x_0) = 7$$

$$f'(x) = 2x + 6$$

$$2x + 6 = 7$$

$$2x = 1$$

$$x = 0,5$$

Ответ: 0,5

Задание 4

Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

Решение

$$f'(x_0) = k$$

$$k = -4, \text{ значит } f'(x_0) = -4$$

$$f'(x) = 3x^2 + 14x + 7$$

$$3x^2 + 14x + 7 = -4$$

$$3x^2 + 14x + 11 = 0$$

$$x = -1 \text{ или } x = -\frac{11}{3}$$

$$y(-1) = -7 \quad f(-1) = -7$$

$$y(-1) = f(-1)$$

$x = -1$ – абсцисса точки касания

$$y\left(-\frac{11}{3}\right) = \frac{11}{3} \quad f\left(-\frac{11}{3}\right) = \frac{1741}{27}$$

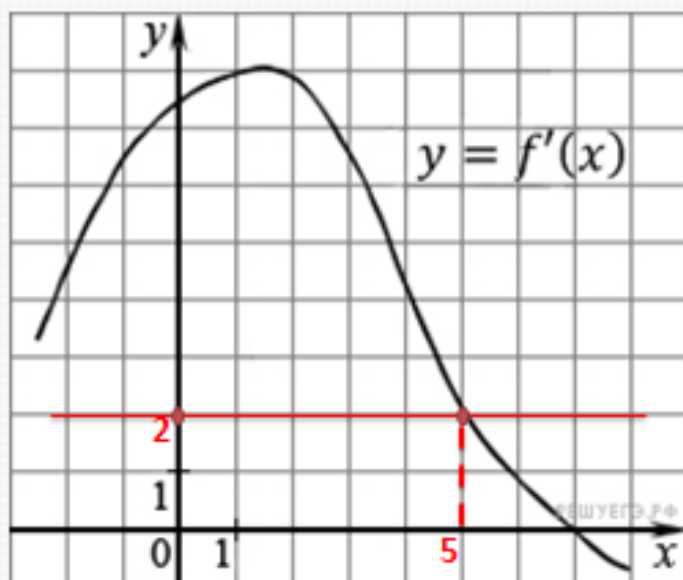
$$y\left(-\frac{11}{3}\right) \neq f\left(-\frac{11}{3}\right)$$

$x = -\frac{11}{3}$ – не является абсциссой точки касания

Ответ: -1

Задание 5

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$.
Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.



$$f'(x_0) = k$$

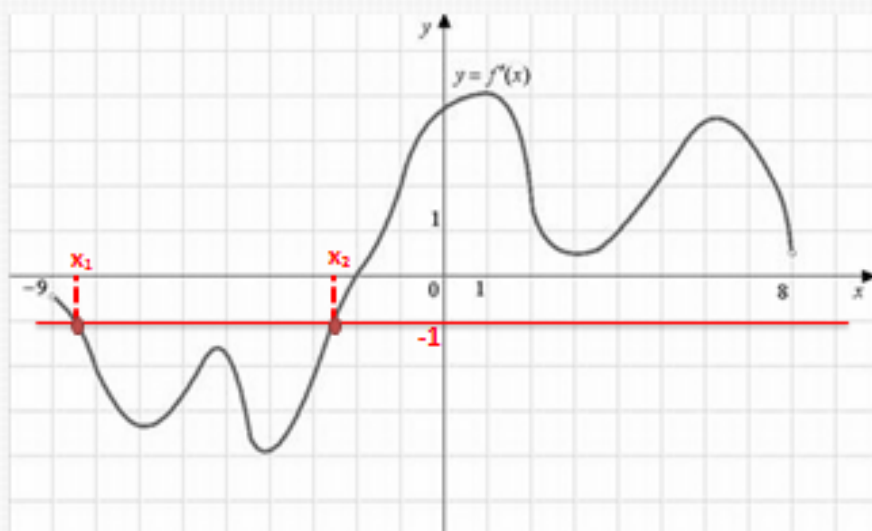
$$k = 2, \text{ значит } f'(x_0) = 2$$

$$x = 5$$

Ответ: 5

Задание 6

На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 8 - x$ или совпадает с ней.



$$f'(x_0) = k$$

$$k = -1, \text{ значит}$$

$$f'(x_0) = -1$$

Ответ: 2

Задание 7

Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x)=9x - 4x^3$ в его точке с абсциссой $x_0=1$.

$$k = f'(x_0)$$

$$f'(x) = 9 - 12x^2$$

$$f'(1) = 9 - 12 = -3$$

$$k = f'(1) = -3$$

Ответ: – 3

Задание 8

Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2 - 2x$ в его точке с абсциссой $x_0 = -2$.

$$\operatorname{tg} \alpha = f'(x_0)$$

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(-2) = 2 \cdot (-2) - 2 = -6$$

$$\operatorname{tg} \alpha = f'(-2) = -6$$

Ответ: – 6