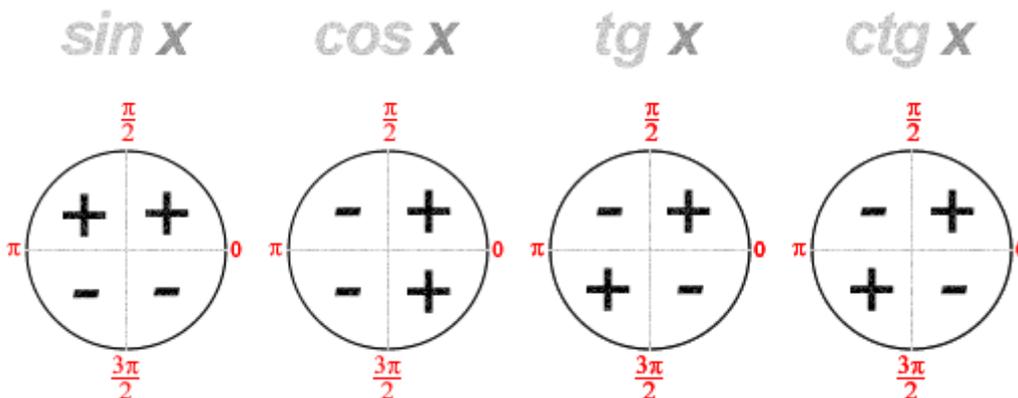


Тригонометрические преобразования

Знаки тригонометрических функций



Основные тригонометрические тождества

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\text{tg } \alpha \cdot \text{ctg } \alpha = 1$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\text{ctg } \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Пример:

Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = 0,8$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Решение:

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

$$\cos^2\alpha = 1 - 0,8^2$$

$$\cos^2\alpha = 1 - 0,64$$

$$\cos^2\alpha = 0,36$$

$$\cos\alpha = \pm\sqrt{0,36}$$

$$\cos\alpha = \pm 0,6$$

по условию $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, $\cos\alpha < 0$, значит

$$\cos\alpha = - 0,6$$

Ответ: - 0,6

Формулы приведения:

угол альфа лежит в пределах от 0 до 90 градусов

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(270^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(270^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin(270^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(270^\circ + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(360^\circ + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(360^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$

Алгоритм применения формулы приведения:

1. Определите знак функции в соответствующей четверти.
2. Запомните следующее:

при 90° и 270°

функция изменяется на кофункцию

(синус меняется на косинус или наоборот, тангенс на котангенс или наоборот)

при 180° и 360°

функция на кофункцию не изменяется

Пример 1:

Найдите $\sin 330^\circ$.

Решение:

$$\alpha = 330^\circ; 270^\circ < \alpha < 360^\circ; \sin \alpha < 0;$$

$$\sin 330^\circ = \sin (360^\circ - 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -0,5$$

Ответ: - 0,5

Пример 2:

Найдите $\operatorname{tg} 225^\circ$.

Решение:

$$\alpha = 225^\circ; 180^\circ < \alpha < 270^\circ; \operatorname{tg} \alpha > 0;$$

$$\operatorname{tg} 225^\circ = \operatorname{tg} (270^\circ - 45^\circ) = \operatorname{ctg} 45^\circ = 1$$

Ответ: 1

Пример 3:

Найдите значение выражения $46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{tg} 83^\circ$.

Решение:

$$46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{tg} 83^\circ = 46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{tg} (90^\circ - 7^\circ) = 46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{ctg} 7^\circ = 46$$

Ответ: 46

Формулы суммы и разности аргументов:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Пример:

Найдите значение выражения:

$$\sin 57^\circ \cos 93^\circ + \sin 93^\circ \cos 57^\circ$$

Решение:

$$\begin{aligned} \sin 57^\circ \cos 93^\circ + \sin 93^\circ \cos 57^\circ &= \sin(57^\circ + 93^\circ) = \sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \\ &= \sin 30^\circ = 0,5 \end{aligned}$$

Ответ: 0,5

Формулы двойного аргумента:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$